Computação Gráfica:
Uma Proposta de Plano Pedagógico

Luiz Velho e Jonas Gomes

IMPA – Instituto de Matemática Pura e Aplicada
Estrada Dona Castorina 110, Rio de Janeiro, RJ, Brazil, 22460-320.
{lvelho|jonas}@impa.br

Resumo

Nesse artigo apresentamos uma proposta de plano pedagógico para a disciplina de Computação Gráfica. A metodologia utilizada se fundamenta na nossa experiência em ensino e pesquisa nessa área, em grande parte desenvolvida no Laboratório VISGRAF do IMPA.

1 Definição e Objetivos

A definição comumente encontrada da computação gráfica é a seguinte: *conjunto de métodos e técnicas para transformar dados em imagem através de um dispositivo gráfico.* A tentativa de se definir uma área é uma tarefa difícil e na maioria das vezes impossível. Na realidade o melhor modo de se compreeender uma determinada área de pesquisa, é através do conhecimento profundo de seus principais problemas, e de suas possíveis soluções. Os diversos problemas de uma determinada área constituem a essência da definição da área.

Desse ponto de vista, a tentativa acima mencionada de definir a Computação Gráfica possui a virtude de ressaltar o problema básico e fundamental da área: *a transformação de dados em imagem* (Figura 1). Podemos utilizar esse problema como base para entender os diversos processos da Computação Gráfica.

Figura 1: Computação gráfica: conversão de dados em imagem.

Vamos dividir o problema principal da Computação Gráfica (*transformar dados em imagem*) em sub-problemas e desenvolver a teoria e os modelos matemáticos necessários para entender e resolver cada um desses sub-problemas, de forma a obter uma solução do problema final.

Em matemática aplicada computacional, a solução dos problemas está diretamente relacionada com os diversos modelos matemáticos utilizados na compreensão do problema. Desse modo, a linha divisória entre problemas resolvidos e problemas em aberto é bem mais difusa do que ocorre no caso da matemática pura. Nesta última, soluções diferentes de um mesmo problema não trazem, em geral, grandes inovações do ponto de vista do avanço científico. Na matemática aplicada, soluções diferentes de um mesmo problema em geral é conseqüência do uso de novos modelos, e trazem informações extremamente úteis nas diversas aplicações práticas.

Um plano pedagógico para um curso de Computação Gráfica no nível da graduação em um programa de ciências exatas deve discutir os diversos problemas da área utilizando modelos matemáticos simples, que possam ser compreendidos por um estudante que já tenha feito um curso básico de álgebra linear, cursos de cálculo de uma e de várias variáveis, e que possua conhecimentos de estrutura de dados e teoria de algoritmos.

Desse modo, este curso de graduação difere de um curso mais avançado no nível da pós-graduação apenas pela opção em se utilizar modelos matemáticos simplificados na solução dos diversos problemas. Vale ressaltar que a conceituação se aplica igualmente bem independente dos modelos matemáticos utilizados.

2 Dados, Imagem e Computação Gráfica

Desde sua origem, a computação gráfica estuda os métodos que permitem a visualização de informações armazenadas na memória do computador. Como praticamente não existem limitações na origem ou natureza desses dados, a Computação Gráfica é hoje utilizada por pesquisadores e usuários das mais diversas áreas de conhecimento.

Uma prática mais interessante, e cada vez mais adotada atualmente, consiste em chamar genericamente de computação gráfica ao conjunto de técnicas e métodos que tratam da manipulação de dados ou imagens no computador. Esses problemas são agrupados em torno de diversas áreas, que se constituem pois em sub-áreas da Computação Gráfica.

Uma interpretação interessante dessas áreas da computação gráfica pode ser obtida tomando como base a natureza dos objetos manipulados em cada uma delas, conforme ilustramos no diagrama na Figura 2.

A *Modelagem geométrica* trata do problema de descrever e estruturar dados geométricos no computador.

No *Processamento de Imagens* o sistema admite como entrada uma imagem que, após processada, produz outra imagem na saída. Um exemplo clássico dessa área é o processamento de imagens enviadas por um satélite com o objetivo de colorizar ou de realçar detalhes.

A área de *Síntese de imagens* também é conhecida pelo nome de *Visualização*. As técnicas dessa área possibilitam a utilização dos dados gerados por um sistema de modelagem geométrica são processados e o produto final é uma imagem que pode ser exibida mediante o uso de algum dispositivo de saída gráfica (monitor, impressora etc.).

A área de *análise de imagens* também é conhecida mais genericamente pelo nome de *visão computacional*. Essa área tem por finalidade obter, a partir de uma imagem (entra-

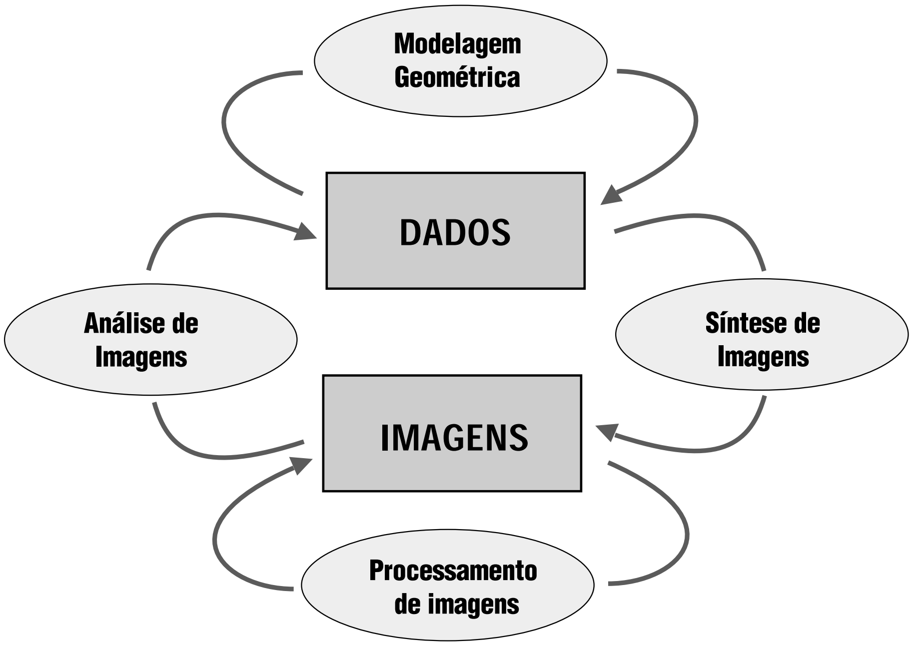

Figura 2: Computação gráfica.

da), informações geométricas, topológicas ou físicas sobre os dados que deram origem à imagem. As técnicas dessa área têm grande interesse na área de robótica, com o objetivo de prover o sentido da visão aos robôs.

Desse modo, enquanto a área de visualização efetiva a síntese de imagens, a área de Visão trata do problema de análise de imagens.

Um aspecto interessante da computação gráfica surge ao introduzirmos o fator tempo no diagrama da Figura 2. Nesse caso, os dados variam com o tempo e além do problema de modelar a geometria e topologia dos dados, temos o problema de modelar o movimento, ou seja fazer a especificação e o controle do movimento dos objetos.

Desse modo surge o problema direto de visualizar o movimento dos objetos. Esse problema é conhecido pelo nome de *síntese de movimento* ou *visualização de movimento*, que é o análogo do problema de visualização para dados estáticos. O resultado dessa visualização é uma seqüência de imagens, que é chamada genericamente de *vídeo*.

Temos ainda os problemas de processamento e análise de vídeo, que correspondem, no caso estático, ao processamento e análise de imagens. Essas quatro áreas estão relacionadas no diagrama da Figura 3. Esses tópicos de estudo fazem parte da área chamada de *animação*, ou mais precisamente, *animação por computador*.

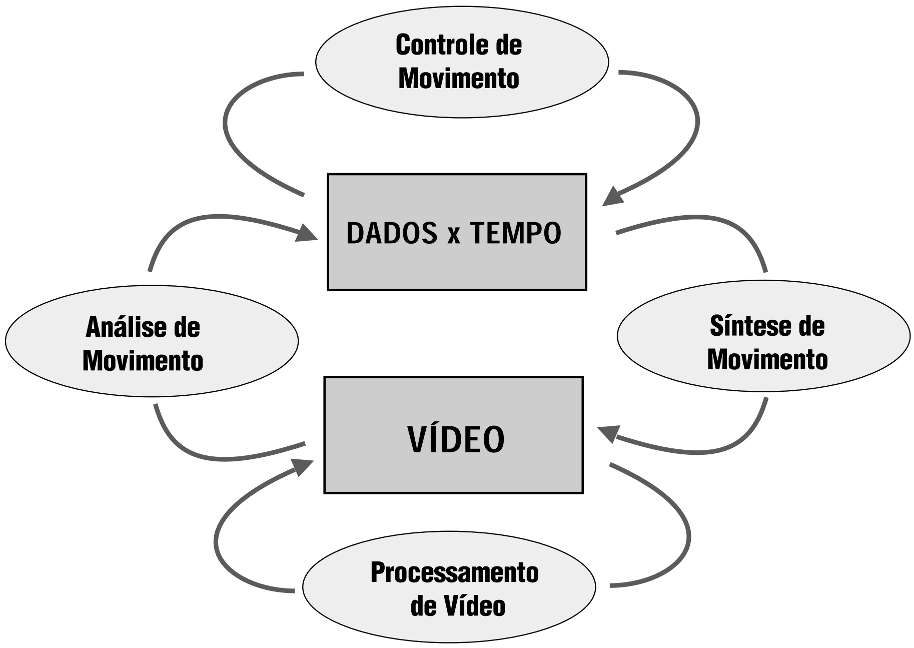

Figura 3: Computação gráfica e animação.

Uma Visão Integrada da Computação Gráfica

A computação gráfica abrange o conjunto dos métodos e técnicas das diversas áreas descritas acima: modelagem, visualização, processamento de imagens, visão computacional e animação. Essa visão unificada da computação gráfica se justifica na medida em que cada vez mais surgem métodos e técnicas para a solução de problemas onde as áreas acima atuam de um modo unificado e cooperativo. Como um exemplo, uma imagem de um determinado terreno captada por um satélite pode ser utilizada para se obter uma reconstrução tridimensional do relevo, e além disso, após colorizada, a imagem pode ser mapeada no modelo tridimensional do relevo. Técnicas de processamento de imagens desempenham um papel relevante no processo de síntese de imagens tridimensionais.

É exatamente na utilização conjunta de técnicas dessas áreas que reside o grande potencial de suas aplicações nos diversos campos do conhecimento. Essas combinações chegam a ser tão vigorosas que novas áreas de pesquisa são criadas. A utilização conjunta de técnicas de modelagem geométrica e visão computacional permite a criação de modelos a partir de imagens de uma cena. As aplicações na área médica por sua vez utilizam, de modo quase indivisível, técnicas de processamento de imagens, visualização e de visão computacional.

Um curso de graduação em Computação Gráfica deve estudar os conceitos básicos da modelagem geométrica, do processamento de imagens, e fazer um estudo detalhado da visualização. A área de visão computacional pode ser abordada de forma indireta através da sua relação com as três outras áreas.

3 Paradigmas de Abstração

Em matemática aplicada necessitamos modelar os diversos objetos em estudo. Para se obter uma conceituação correta devemos criar uma hierarquia de abstrações, e para cada nível de abstração aplicamos então os modelos matemáticos mais adequados. Nas áreas de matemática aplicada que envolvem o uso de métodos computacionais, como é o caso da Computação Gráfica, um paradigma de abstração que se aplica em geral consiste em se estabelecer quatro universos (conjuntos): o universo físico F, o universo matemático M, o universo de representação R, e o universo de implementação I.

O *universo físico* contém os objetos do mundo real que pretendemos estudar; o *universo matemático* contém uma descrição abstrata dos objetos do mundo físico; o *universo de representação* é constituído por descrições simbólicas e finitas associadas a objetos do universo matemático; e no *universo de implementação* associamos as descrições do universo de representação às estruturas de dados, com a finalidade de obter uma representação do objeto no computador (Ver Figura 4).

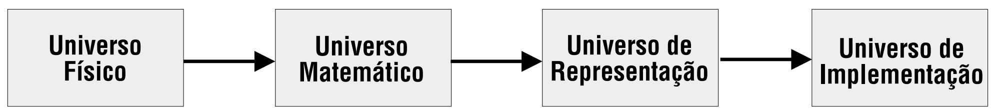

Figura 4: Níveis conceituais de abstração.

O universo de implementação tem por objetivo separar a problema de representação das particularidades de uma determinada linguagem de programação utilizada na implementação.

O paradigma de abstração descrito acima será chamado de *paradigma dos quatro universos*. Ele foi introduzido em [3], e se baseia no fato de que para estudar um determinado fenômeno ou objeto do mundo real no computador, associamos ao mesmo um modelo matemático, em seguida procuramos uma representação finita do modelo associado que seja passível de uma implementação no computador.

Exemplo 1 (Representação Numérica). Considere o problema de medir objetos do mundo físico. Para cada objeto devemos associar um número que representa seu comprimento, área ou volume. Para atingir esse objetivo introduzimos uma unidade padrão de medida que deve ser comparada com os objetos de forma a prover sua medida.

Do ponto de vista do universo matemático, a cada medida associamos um número real. Números racionais correspondem a objetos que são comensuráveis com a unidade de medida adotada, e números irracionais correspondem a objetos que são incomensuráveis.

Para representar as medidas devemos buscar uma discretização dos números reais. Uma representação amplamente utilizada é a representação por ponto flutuante. Note que nessa representação o conjunto dos números reais é discretizado por um conjunto finito de números racionais. Em particular, isso implica que o conceito de incomensurabilidade não existe no universo de representação.

Uma implementação dos reais usando a representação de ponto flutuante pode ser feita utilizando o padrão da IEEE. Uma boa referência para esse tópico é [6].

O exemplo acima, embora simples, ilustra o problema fundamental no estudo da matemática computacional. Em particular, devemos observar que a perda de informação quando passamos do universo matemático para o universo de representação: o conceito de incomensurabilidade é perdido. De um modo geral, a passagem do universo matemático para o de representação implica numa perda de informação, e esse é um dos problemas mais delicados que devemos enfrentar no estudo da matemática computacional, e, em particular, no estudo da Computação Gráfica.

A partir do paradigma dos quatro universos podemos traçar em linhas gerais os diversos problemas da área em estudo. Dentre esses problemas podemos mencionar:

- Definição dos elementos do universo matemático M;
- Relação entre os diferentes universos F, M, R e I;
- Definição dos métodos de representação de M em R;
- Estudo das propriedades das diversas representações de M em R;
- Conversão entre diferentes representações em R.

É claro que uma vez definidos os elementos do universo M, outros problemas específicos podem ser colocados possivelmente com a criação de sub-níveis de abstração, em um processo similar ao método "top-down" em programação estruturada.

A criação de níveis de abstração permite um encapsulamento dos problemas de cada nível possibilitando uma melhor colocação, e conseqüente solução dos mesmos, em um processo semelhante ao que ocorre em programação orientada a objetos. O paradigma acima será utilizado para estudar os diversos problemas da Computação Gráfica. Em cada caso, o paradigma será particularizado de forma a colocar corretamente os diversos problemas no contexto.

4 Objetos Gráficos

Visando uma abordagem rigorosa da Computação Gráfica, gostaríamos de definir a disciplina como sendo a área que trata do *processamento de objetos gráficos*. Para que essa definição faça sentido precisamos conceituar de modo preciso o que vem a ser um objeto gráfico.

Assim, vamos introduzir o conceito de objeto gráfico, e estudar duas famílias importantes de objetos gráficos: os objetos gráficos planares, e os objetos gráficos tridimensionais.

Vimos que a computação gráfica transforma dados geométricos em imagem. Do ponto de vista do paradigma dos quatro universos, devemos caracterizar os diversos elementos manipulados pela computação gráfica como elementos do universo matemático. A esses elementos chamamos de *objetos gráficos* (ver Figura 4).

Do ponto de vista matemático, um *objeto gráfico* é um subconjunto $S \subset \mathbb{R}^m$ e uma função $f\colon S \subset \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^n$. O conjunto S é chamado de *suporte geométrico*, e f é chamada de *função de atributos* do objeto gráfico. A dimensão do suporte geométrico S de um objeto gráfico é chamada de *dimensão* do objeto gráfico.

Especificar um objeto gráfico significa definir a geometria e a topologia do suporte geométrico, bem como a sua função de atributos. Em geral essa especificação é feita no universo matemático. O objeto deve então ser representado para que possa ser manipulado no computador.

Vejamos alguns exemplos para que o leitor possa entender melhor o conceito de objeto gráfico.

Exemplo 2 (Subconjuntos do Espaço). Qualquer subconjunto do espaço euclidiano $\mathbb{R}^m$ é um objeto gráfico. Com efeito, dado $S \subset \mathbb{R}^m$, definimos de imediato uma função de atributos

$$f(p) = \begin{cases} 1 & \text{se } p \in S, \\ 0 & \text{se } p \notin S. \end{cases}$$

É claro que $p \in S$ se, e somente se, $f(p) = 1$. Em geral os valores de $f(p) = 1$ são associados a uma determinada cor, chamada de *cor do objeto*. A função de atributos nesse caso simplesmente caracteriza os pontos do conjunto S, e por essa razão é chamada de *função característica* do objeto gráfico. A função característica define completamente o suporte geométrico do objeto gráfico, ou seja, *se p é um ponto do espaço $\mathbb{R}^m$, então $p \in S$ se, e somente se, $f(p) = 1$.* Os dois problemas abaixo são portanto equivalentes:

1. Determinar um algoritmo para calcular $f(p)$ em qualquer ponto $p \in \mathbb{R}^m$;
2. Determinar se um ponto $p \in \mathbb{R}^n$ pertence ao suporte geométrico S do objeto gráfico.

O segundo problema é chamado de *problema de classificação ponto-conjunto* (em inglês, "point membership classification"). Grande parte dos problemas no estudo de objetos gráficos se reduzem à solução do problema de classificação ponto-conjunto. Desse modo, a existência de algoritmos eficientes e robustos para resolver esse problema é de grande importância.

Exemplo 3 (Imagem). Tomemos como modelo de uma imagem no universo físico uma fotografia. Nesse modelo temos:

- um conjunto suporte (um retângulo de papel); e
- uma cor associada a cada ponto desse suporte.

O suporte retangular da imagem é representado por um subconjunto retangular $U \subset \mathbb{R}^2$ do plano. O modelo matemático de uma imagem é uma função $z = f(x, y)$ que associa a cada ponto (x, y) o valor z da cor correspondente. Essa função é chamada de *função imagem*.

Portanto, uma imagem é descrita por uma função $f\colon U \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^n$, onde $\mathbb{R}^n$ é uma representação do espaço de cor.

Desse modo, vemos que a imagem é um objeto gráfico, cujo suporte geométrico é o subconjunto U do plano (em geral um retângulo), e a função de atributos associa a cada ponto do plano uma cor.

Exemplo 4 (Círculo e Campos de Vetores). Considere o círculo unitário S^1 de centro na origem, cuja equação é dada por

$$x^2 + y^2 = 1.$$

A aplicação do plano $N\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por $N(x, y) = (x, y)$, define um campo de vetores unitários normais a S^1. A aplicação $T\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, dada por $T(x, y) = (y, -x)$ define um campo de vetores unitários tangentes ao círculo (Figura 5).

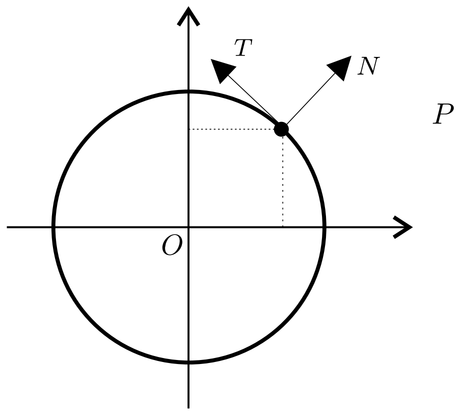

Figura 5: Círculo e campos de vetores tangente e normal.

O círculo é um objeto gráfico unidimensional do plano, e os dois campos de vetores são atributos do círculo (podem representar, por exemplo, atributos físicos tais como aceleração tangencial e radial). A função de atributos é dada por $f\colon S^1 \to \mathbb{R}^4 = \mathbb{R}^2 \oplus \mathbb{R}^2$, $F(p) = (T(p), N(p))$.

Quando a dimensão do espaço ambiente em que o objeto gráfico está definido é 2 ($m = 2$) temos os *objetos gráficos planares*, quando $m \geq 3$ temos os *objetos espaciais.*

Os objetos gráficos planares podem ter dimensão 1 ou 2.[1] Se a função de atributos é constante, os objetos correspondem a subconjuntos do plano. De modo intuitivo, se a dimensão do objeto gráfico for 1, obtemos uma *curva plana*, se a dimensão for 2 obtemos uma *região do plano.* Alguns dos objetos gráficos planares ($m = 2$) estão relacionados na tabela abaixo:

Nome do Objeto	**Dim. do Objeto**
Curva Plana	1
Região Plana	2
Sólidos 2D	2
Imagem	2

Os objetos gráficos tridimensionais podem ter dimensão 2 ou 3. No caso de dimensão igual a 2, o objeto gráfico é uma superfície. No caso de dimensão igual a 3, o objeto gráfico é uma região do $\mathbb{R}^3$. Note que a fronteira de uma região sólida compacta do $\mathbb{R}^3$

[1] Objetos de dimensão fracionária, denominados de *objetos fractais*, não serão abordados neste livro.

é uma superfície. Alguns dos objetos gráficos espaciais ($m = 3$) estão relacionados na tabela abaixo:

Nome do Objeto	**Dim. do Objeto**
Superfícies	2
Sólidos	3
Imagem 3D	3
Objetos Volumétricos	3

Objetos gráficos planares constituem um caso particular importante por duas razões:

1. Dispositivos de saída gráfica, tais como monitores e impressoras, possuem um espaço de representação no qual podemos representar objetos planares. Esse fato possibilita a reconstrução dos objetos nesses dispositivos o que permite a sua visualização. Na realidade, a visualização de qualquer objeto gráfico se efetiva através de objetos planares. Por exemplo, uma cena tridimensional é visualizada através de uma imagem que é um objeto gráfico planar. Resultado semelhante é valido para os diversos dispositivos de entrada gráfica, tais como cameras e scanners.

2. Os objetos planares são relevantes em algumas áreas de aplicação. Os sistemas de editoração eletrônica, por exemplo, trabalham exclusivamente com objetos gráficos planares.

Na realidade, por sua importância, um estudo detalhado dos objetos planares pode justificar um curso dedicado exclusivamente à Computação Gráfica 2D.

Num curso de Computação Gráfica 3D, estamos interessados primordialmente nos objetos gráficos espaciais. Temos que resolver o problema de descrever, representar e visualizar esses objetos gráficos. O estudo dos objetos gráficos espaciais abrange a modelagem matemática dos objetos de nosso mundo físico. Observe que para visualizar um objeto gráfico tridimensional se faz necessario criar uma imagem, que é um objeto gráfico planar!

Assim, um curso geral de Computação Gráfica, deve estudar tanto objetos gráficos de dimensão 2 e 3. A motivação principal é que para resolver o problema da visualização tridimensional faz-se a conversão de objetos gráficos 3D (sólidos e superfícies) para um objeto gráfico 2D (imagem).

5 Estrutura do Curso

Uma boa oportunidade para utilizar o paradigma dos quatro universos é na formulação da estrutura de um curso de Computação Gráfica geral. Do ponto de vista do universo físico, o problema de converter dados em imagem se traduz no problema de fotografar objetos do nosso meio ambiente. Para esse fim, diversos procedimentos devem ser levados em consideração:

- os objetos do cenário devem ser construídos;
- os objetos devem ser posicionados no cenário;
- o cenário deve ser devidamente iluminado;
- deve-se utilizar uma câmera para obter uma fotografia do cenário.

Observando essas ações do mundo físico do ponto de vista do paradigma dos quatro universos, às açoes acima correspondem os diversos modelos do universo matemático.

- ao ambiente de nosso cotidiano deve corresponder um modelo matemático de espaço (o espaço $\mathbb{R}^3$, por exemplo);
- à construção do cenário deve corresponder a criação de modelos matemáticos dos objetos do mundo físico (geometria dos objetos);
- ao posicionamento dos objetos no cenário devem corresponder transformações do espaço (modelagem da cena);
- à iluminação do cenário devem corresponder modelos matemáticos de propagação da luz utilizados em Física (iluminação);
- ao processo fotográfico deve corresponder uma transformação que projeta os objetos do cenário matemático sobre um plano (câmera virtual);
- por fim, devemos buscar um modelo matemático de imagem que representará a imagem da fotografia no universo matemático.

A fotografia do cenário no mundo físico só é possivel devido à presença da energia luminosa que se manifesta perceptualmente mediante a cor. É o resultado da troca de energia luminosa entre os diversos objetos em cena que é captado pela objetiva da máquina fotográfica, sensibilizando o filme. Devemos acrescentar ainda à lista acima o estudo da cor do ponto de vista do universo matemático, ou seja, estudar os modelos matemáticos de cor.

Note a importância do espaço ambiente e de transformações desse espaço no contexto acima. Desse modo, a definição de uma geometria do espaço se torna fundamental no estudo da computação gráfica.

O curso pode ser naturalmente estruturado em quatro partes: fundamentos; modelagem; visualização; e iluminação.

A primeira parte do curso é dedicada a noções básicas: Portanto, iniciamos tratando da definição de objetos gráficos planares e sua relação com os dispositívos gráficos. Em seguida discutimos o problema da *geometria*: investigando e respondendo a uma questão importante: *qual o modelo de geometria mais adequado ao estudo da Computação Gráfica*? Depois chegamos ao estudo do modelo matemático da *cor*, que, conforme discutimos acima, é de fundamental importância no cálculo da iluminação. Após o estudo da cor, estamos aptos a introduzir o conceito de imagem bem como noções básicas de processamento de imagens. Segue-se um estudo dos dos objetos gráficos planares.

A segunda parte do curso é dedicada à modelagem da geometria dos objetos e à construção da cena 3D. Começamos esta parte estudando os modelos matemáticos para descrever formas tridimensionais. Em seguida, apresentamos várias técnicas de modelagem que podem ser usadas para criar representações desses objetos. Discutimos também, esuqmas para o estabelecimento de vínculos geométricos entre objetos e a sua estruturação de uma forma hierárquica. Finalmente, analisamos os mecanismos para a especificação de uma cena 3D.

A terceira parte do curso é dedicada à visualização da cena. Após discutidos os objetos do mundo virtual, e definido o conceito de imagem, passamos então a estudar o problema de fotografar esse "cenário virtual". Estudamos o modelo matemático da câmera fotográfica: a câmera virtual. Além disso, discutimos as diversas operações para mapear os objetos da cena 3D em suas projeções no plano da imagem. Essas operações incluem o recorte, a rasterização e o cálculo das superfífies visíveis.

A quarta parte é dedicada à iluminação da cena. Nessa parte abordamos os conceitos relacionados com a simulação da propagação de energia luminosa no ambiente da cena 3D. Estudamos a interação entre as fontes de luz e o material dos objetos, através de modelos locais e globais de iluminação. Discutimos também o uso de técnicas de mapeamento de textura para especificar propriedades das superfícies dos objetos (função de atributos), e acelerar o cálculo da iluminação.

É importante ressaltar que todas essas técnicas devem ser integradas em um sistema gráfico, para permitir a modelagem e visualização de mundos virtuais. Esse aspecto deve ser enfatizado através da ligação entre os diversos conceitos estudados.

6 Conclusão

O curso descrito nessa proposta de plano pedagógico tem por objetivo dar ao aluno de graduação, ou a uma pessoa que está se iniciando na Computação Gráfica, a oportunidade de possuir uma visão global da área, compreendendo os seus principais problemas.

Os pré-requisitos ideais para uma boa compreensão dos diversos conceitos abordados no curso são: Álgebra Linear, Cálculo, Matemática Discreta, Programação e Análise de Sistemas.

1. **Álgebra linear.** É suficiente um conhecimento de Álgebra Linear correspondente ao material encontrado no livro [7].

2. **Cálculo.** O aluno deve ter feito um curso de cálculo básico, de funções reais de uma variável real, e um curso de cálculo de funções de várias variáveis.

3. **Matemática discreta.** O aluno deve possuir boas noções de Matemática Discreta, com particular ênfase em teoria de algoritmos.

4. **Programação e Análise de Sistema** O aluno de conhecer uma linguagem de programação, como C, Java, ou C++. Deve ter feito também um curso de estrutura de dados.

Noções elementares de topologia também são úteis ao curso.

A metodologia utilizada nessa proposta se baseia na experiência dos autores em ensino e pesquisa de Computação Gráfica no IMPA durante os últimos dez anos.

Ao longo desse período produzimos um extenso matérial bibliografico, incluindo artigos com uma conceituação da área e livros didáticos para os cursos que ministramos.

A nossa conceituação da Computação Gráfica foi introduzida em dois artigos na revista The Visual Computer. O leitor interessado em mais detalhes pode consultar o artigo [3] sobre o paradigma dos quatro universos, e o artigo [2] sobre a definição de objetos gráficos.

A nossa proposta pedagógica foi desenvolvida em dois cursos que são oferecidos regularmente no IMPA.

Um dos cursos, de *Introdução à Computação Gráfica*, se concentra mais nos aspectos conceituais da matéria, dando ênfase aos modelos matemáticos, enquanto o outro, de *Projeto de Sistemas Gráficos*, se concentra nos aspectos práticos, dando ênfase aos aspectos de implementação de sistemas.

Escrevemos para esses cursos dois livros, respectivamente sobre a teoria [5] e a prática [8] da Computação Gráfica, que podem ser usados em disciplinas no nível da graduação.

Além dos cursos introdutórios mencionados acima, o programa de Computação Gráfica do IMPA oferece outros cursos mais avançados na área. Dentre eles se destacam os cursos de *Geometria Computacional*, de *Processamento de Imagens*, e de *Visão Computacional*.

Para esses cursos escrevemos dois livros que são indicados para disciplinas no nível de mestrado. A teoria e algoritmos da geometria computacional pode ser vista em [1]. Uma abordagem bastante completa sobre processamento de imagens pode ser encontrada em [4].

Referências

[1] Luiz Henrique de Figueiredo and Paulo C. P. Carvalho. *Introdução à Geometria Computacional.* 18º Colóquio Brasileiro de Matemática, IMPA, 1991.

[2] J. Gomes, L. Darsa, B. Costa, and L. Velho. Graphical objects. *The Visual Computer*, 12:269–282, 1996.

[3] Jonas Gomes and Luiz Velho. Abstraction paradigms for computer graphics. *The Visual Computer*, 11:227–239, 1995.

[4] Jonas Gomes and Luiz Velho. *Computação Gráfica: Imagem.* IMPA-SBM, 1995.

[5] Jonas Gomes and Luiz Velho. *Computação Gráfica Volume 1.* Série Computação e Matemática, SBM/IMPA, 1998.

[6] Nicholas J. Higham. *Accuracy and Stability of Numerical Algorithms.* SIAM Books, Philadelphia, 1996.

[7] Elon L. Lima. *Álgebra Linear (Terceira edição).* Coleção Matemática Universitária, Instituto de Matemática Pura e Aplicada, Rio de Janeiro, 1999.

[8] Luiz Velho and Jonas Gomes. *Projeto e Implementação de Sistemas Gráficos 3D.* 2000.

A Ementa do Curso

1. Fundamentos
    1.1 Objetos e Equipamentos Gráficos
    1.2 Geometria para Computação Gráfica
    1.3 Sistemas e Padrões de Cor
    1.4 Imagem Digital
2. Modelagem Geométrica
    2.1 Descrição de Formas Geometricas
    2.2 Técnicas de Modelagem
    2.3 Transformações e Hierarquias
    2.4 Descrição de Cenas 3D
3. Visualização
    3.1 Camera Virtual
    3.2 Recorte
    3.3 Rasterização
    3.4 Cálculo de Superfícies Visíveis
4. Iluminação
    4.1 Luz e Material
    4.2 Modelos Locais de Iluminação
    4.3 Iluminação Global
    4.4 Mapeamento de Textura