Composição Algorítmica em Redes Complexas

Vitor Rolla[1], **Luiz Velho**[1]

[1]Laboratório VISGRAF – IMPA
Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada
Estrada Dona Castorina, 110
Jardim Botânico, Rio de Janeiro - RJ, 22460-320

{vitorgr,lvelho}@impa.br

Abstract. *A relevant aspect of algorithmic composition is the ability to materialize music. Creating musical pieces is a complex endeavour that comprises both, technical knowledge and creativity. This paper proposes an algorithm to compose music based on complex network analysis. The computer represents the music of a composer within a network, and re-utilizes such knowledge to compose new music. In addition, it is shown that the node degree distribution from networks composed of musical pieces follow a power-law distribution, which means scale-free networks.*

Resumo. *Um aspecto relevante da composição algorítmica é a capacidade de materializar música. Criar peças musicais é um esforço complexo que compreende tanto conhecimento técnico, quanto criativo. Este trabalho propõe um algoritmo para compor músicas através da análise de redes complexas. O computador representa a música/obra de um compositor através de uma rede, que então é re-utilizada para compôr novas músicas. Além disso, mostra-se que o grau de importância dos nós nas redes compostas por peças músicais têm tedência à distribuição de lei de potência, isto é, são redes livres de escala.*

1. Introdução

A geração automática de música pode ser alcançada através de um modelo que permita o computador aprender a música ou obra de um compositor, para então re-utilizar esse conhecimento e compôr novas músicas. Este trabalho mostra um método para construir uma rede que representa uma (ou mais de uma) peça musical. Tal rede é posteriormente explorada por um algoritmo para criar novas composições.

Dentre as recentes conclusões da área de pesquisa em redes complexas, as redes livres de escala (*scale-free networks*) são particularmente importantes por que a maioria das redes criadas pelo homem apresentam esse padrão. Em uma rede livre de esacala, o grau de importância dos nós da rede segue uma distribuição de lei de potência [Barabasi and Albert 1999]. O grau de importância de um nó na rede é o número de arestas conectadas ao nó. As redes livres de escala são notáveis em diversas áreas de pesquisa. Por exemplo, linguística, biologia, literatura e artes [Perkins et al. 2014].

As contribuições deste trabalho de pesquisa são: i) o modelo de representação de uma música através de uma rede, ii) a demonstração que as redes musicais criadas no experimento são redes livres de escala, e iii) o algoritmo que utiliza as referidas redes para compôr novas músicas.

Na próxima seção do documento será apresentado os principais trabalhos relacionados à esta pesquisa. A Seção 3 apresentada a primeira contribuição: o modelo e o algoritmo para se criar uma rede à partir de uma música. A segunda contribuição é apresentada na Seção 4: as redes musicais livres de escala. A terceira contribuição é apresentada na Seção 5: o algoritmo para composição automática de novas músicas à partir das redes que foram criadas. O sumário conclusivo está na última seção do documento.

Algumas das músicas de compositores clássicos utilizadas para criar as redes deste experimento, assim como uma seleção das melhores composições algoritmicas extraídas deste experimento estão dispoíveis em: *http://eden.dei.uc.pt/∼vitorgr/MS.html*.

2. Trabalhos Relacionados

Nos últimos anos surgiram algumas técnicas para a compreender ou prever o comportamento de redes complexas. Pesquisas recentes mostram que algumas redes musicais têm características topológicas não triviais, como por exemplo: as características das redes livres de scala e/ou as características das redes do "mundo pequeno" (small-world networks).

Basicamente, as pesquisas que envolvem análise de redes complexas e redes musicais podem ser classificadas de acordo com o tipo de rede musical. Pode-se dizer que existem pelo menos três tipos de redes musicais, são eles: redes de recomendação de músicas, redes sociais de músicos, e as redes que estudam as relações entre as notas de uma dada composição, ou obra, ou chave musical, por exemplo.

[Cano et al. 2006] pesquisou diferentes redes de recomendação de músicas na Internet e observou características topológicas não-triviais. [Fields et al. 2011] apresenta uma análise sobre uma rede social de músicos que possui características das redes livres de escala. [Silva et al. 2004] mostra que a rede dos músicos populares brasileiros (MPB) possui características das redes do "mundo pequeno".

[Liu et al. 2010] mostra que a relação entre as notas utilizadas por alguns compositores clássicos em suas composições seguem padrões das redes livres de escala. [Perkins et al. 2014] também demonstra que a relação entre as notas em milhares de músicas segue as propriedades das redes de livre escala. A diferença nos trabalhos de [Liu et al. 2010] e [Perkins et al. 2014] está principalmente no processo de criação das redes à partir de uma música (ou coleção de músicas). Nas redes criadas por [Liu et al. 2010] os nós são um conjunto de nota + ritmo, enquanto as arestas são as ligações nota após nota de forma cronológica, conforme a música é tocada. Nas redes criadas por [Perkins et al. 2014] só existem treze nós (representados por uma simplificação do modelo de notas musicais), portanto a distribuição em potência é observada sobre o grau de importância das arestas.

Na próxima seção deste trabalho de pesquisa será apresentado um modelo para se criar uma rede à partir de uma música (ou várias músicas). O modelo apresentado neste trabalho é diferente dos modelos de [Liu et al. 2010] e [Perkins et al. 2014]. Nas redes criadas no presente trabalho de pesquisa os nós são notas individuais ou acordes (conjunto de notas tocadas simultâneamente). As arestas são direcionais. Elas representam o tempo (ou ritmo) utilizado entre cada nota (ou acorde). No modelo proposto, dois nós podem estar ligados por mais de uma aresta.

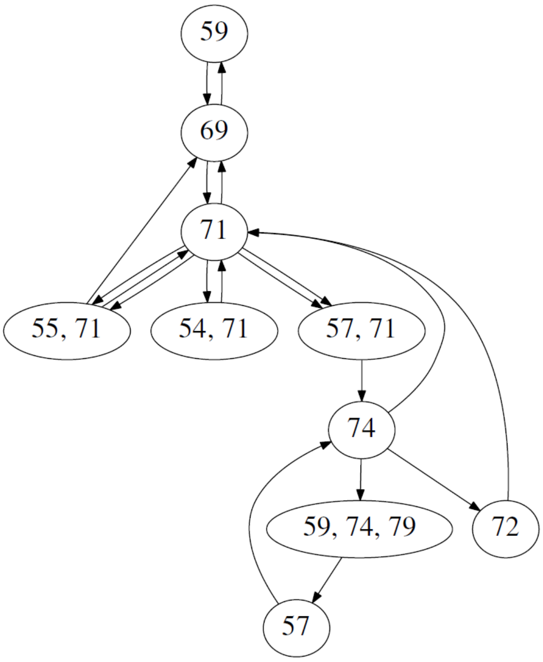

Figure 1. Extrato da rede criada à partir do minueto de Johann Sebastian Bach.

3. Música em Forma de Rede

Uma peça musical pode ser vista como um sistema dinâmico com valores discretos, ou seja, um conjunto finito de notas musicais em evolução no tempo [Cruz-Alcázar and Vidal 2008]. Para construir uma rede para uma determinada peça de musica é necessário definir os nós e as arestas da rede.

No modelo apresentado nesse artigo, os nós podem ser notas individuais ou acordes (um conjunto de notas tocadas simultâneamente). Assim como em [Liu et al. 2010], as arestas são definidas cronologicamente, através das conexões entre notas enquanto a música é tocada. No entanto, no modelo proposto, as arestas representam e contém os dados de ritmo/tempo utilizados pelo compositor entre duas notas/acordes. Portanto, no modelo aqui proposto é possível que dois nós estejam ligados por diversas arestas diferentes. As arestas do modelo proposto são direcionadas, por isso pode-se caracterizar esse modelo como um grafo de múltiplas arestas direcional (ou $multiple$ $directed\ graph$), segundo [Bollobás 1998]. A Figura 1 mostra um extrato da rede criada à partir do minueto de Johann Sebastian Bach. Os números na figura são notas musicais em formato *Musical Instrument Digital Interface* (MIDI) [Loy 1985].

Arquivo MIDI			
Tempo	Evento	Nota	Velocidade
0	Note On	60	99
0	Note On	64	98
120	Note Off	60	0
120	Note Off	64	0
360	Note On	65	56
480	Note On	69	67
540	Note Off	65	0
⋮	⋮	⋮	⋮

Table 1. Simplificação de um arquivo MIDI.

Basicamente, um arquivo em formato MIDI possui a informação apresentada na Tabela 1. Obviamente, as informações mais importantes para se criar uma rede à partir de um arquivo de música MIDI são o tempo (t) e a nota, respectivamente as colunas um e três da referida tabela. Quando o arquivo é "tocado", as informações são extraídas conforme a evolução do tempo. Duas notas com o mesmo tempo formam acordes. A diferença de tempo entre notas/acordes (no caso, os nós da rede) é definido por Δ_t (linha 11 do Algoritmo 1). Sempre que uma determinada aresta for utilizada pelo compositor da música, o peso (ψ) dessa aresta é incrementato em 1 unidade (linha 17 do Algoritmo 1).

Algoritmo 1: Construindo uma rede através de uma música (arquivo MIDI).

```
   Entrada: arquivo MIDI.
   Saída: grafo NetworkX.
1  inicio
2      para cada linha do arquivo.mid faça
3          tempo, nota, vel = map(linha());
4          se (últimoTempo == tempo) então
5              #O próximo nó do grafo é um acorde.
6              acorde.adicionar(nota);
7              últimaNota = nota;
8              continue; #Salte para a próxima iteração do loop "para"
9          fim
10         se (últimoTempo > tempo) então
11             Δt = tempo - últimoTempo;
12             #Adicione aresta entre última nota (ou acorde) e nota atual.
13             grafo.adicionarAresta(últimaNota, nota, Δt);
14             #Ou grafo.adicionarAresta(acorde, nota, Δt);
15             se aresta já existente então
16                 #Incrementar o peso da aresta
17                 pesoAresta++;
18             fim
19             últimaNota = nota;
20             últimoTempo = tempo;
21         fim
22     fim
23 fim
```

O Algoritmo 1 apresenta o pseudocódigo do processo de criação de uma rede à partir de um arquivo MIDI. A ferramenta utilizada para criar as redes musicais deste trabalho de pesquisa chama-se NetworkX [Hagberg et al. 2008]. A informação de velocidade mostrada na Tabela 1 representa a força com que uma nota individual foi tocada pelo instrumentista, isto é, o músico que estava tocando a peça musical no momento da geração do arquivo MIDI. Essa informação também é introduzida como um metadado do nó na rede criada com a ferramenta NetworkX. Tal informação pode ser posteriormente utilizada para enriquecer o processo de composição com base na rede musical.

4. Análise Sobre Redes Musicais

Dado o algoritmo apresentado na seção anterior é possível criar redes que representam músicas. A Tabela 2 apresenta quatro redes criadas com o Algoritmo 1. As músicas que compôem cada rede têm a mesma tonalidade musical, ou seja, são musicas que apresentam uma hierarquia definida entre as notas utilizadas, girando em torno de uma nota principal. Um total de 278 minutos e 33 segundos de música clássica foi transformada em quatro redes de musica com tonalidade definida.

Depois de construir as redes musicais foi possível computar uma série de parâmetros. No entanto, neta seção do documento será apresentada uma análise somente sobre

Peças Musicais				
Rede	Compositor	Título	Nº de Peças	Duração
C-maior	Haydn	Hoboken XVI:7 e 35	3+3	18:12
	Mozart	KV 330 e KV545	3+3	35:15
	Brahms	Opus 1	4	29:31
	Beethoven	Waldstein	3	24:12
G-menor	Chopin	Ballade and Prelude	2	9:52
	Grieg	Halling	1	0:51
	Liszt	Etudes de Paganini	1	4:47
	Schumann	Kreisleriana	3	11:20
	Tchaikovsky	June. Barcarolle	1	3:54
A-menor	Beethoven	For Elise - Bagatelle	1	3:48
	Brahms	Fantasia	1	2:43
	Chopin	Mazurkas, Etudes, Preludes	4	9:14
	Grieg	Lyric Pieces	1	1:48
	Liszt	Hungarian Rhapsodies	2	10:03
	Mendelssohn-Bartholdy	Songs without words	2	5:09
	Mozart	Piano Sonata	1	13:52
	Schubert	Piano Sonata	3	21:48
	Schumann	Album for the young	1	1:49
D-maior	Haydn	Hoboken XVI:33	3	14:59
	Schubert	Opus 53	4	37:28
	Mozart	KV 311	3	15:05
	Bach	Prelude and Fugue	1	2:53
Total			54	278:33

Table 2. Redes musicais classificadas por tonalidade.

o parâmetro conhecido como grau de importância do nó da rede. Como mencionado anteriomente, o grau de importância de um nó é o somatório das arestas conectadas ao nó. Para saber se uma uma rede é livre de escala é preciso saber se a distribuição dos graus de importância dos nós da rede segue uma distribuição de lei de potência (*power-law distribution*). Portanto, faz-se necessário estimar o expoente (potência) sobre a distribuição dos graus de importância dos nós. A receita utilizada para estimar a potência sobre a distribuição dos graus de importância dos nós pode ser encontrada na página 3 do artigo [Clauset et al. 2009]. Segue abaixo um descritivo básico e sequêncial dos passos para estimar o expoente (potência) sobre a distribuição dos graus de importância dos nós:

- Na prática, poucos fenômenos empíricos obedecem à lei de potência para todos os valores de x. Com mais frequência a lei de potência aplica-se à valores maiores que algum valor de x mínimo (x_{min}). Portanto, um valor mínimo de x precisa ser estimado. Por esse motivo, afirma-se que a cauda ($tail$) da distribuição segue lei de potência.
- Em sequência, o teste de Kolmogorov-Smirnov (KS) [Massey 1951] é utilizado para determinar se duas distribuições de probabilidade diferem uma da outra e se uma das distribuições de probabilidade subjacentes difere da distribuição em hipótese. O teste KS retorna a diferença máxima entre duas distribuições cumulativas, assim como um valor-p (*p-value*) [Schervish 1996].
- Caso o resultado do *p-value* apresente valor maior que 0.1, pode-se dizer que a distribuição em potência é uma hipótese plausível para os dados de entrada em questão (os graus de importância dos nós). Caso *p-value* seja menor do que 0.1, a distribuição é rejeitada como distribuição de potência.

A Figura 2 e a Tabela 3 apresentam os resultados sobre a distribuição do grau de importância dos nós nas redes musicais. De acordo com [Choromanski et al. 2013], as redes livres de escala apresentam empoentes (α) maiores do que dois e menores do

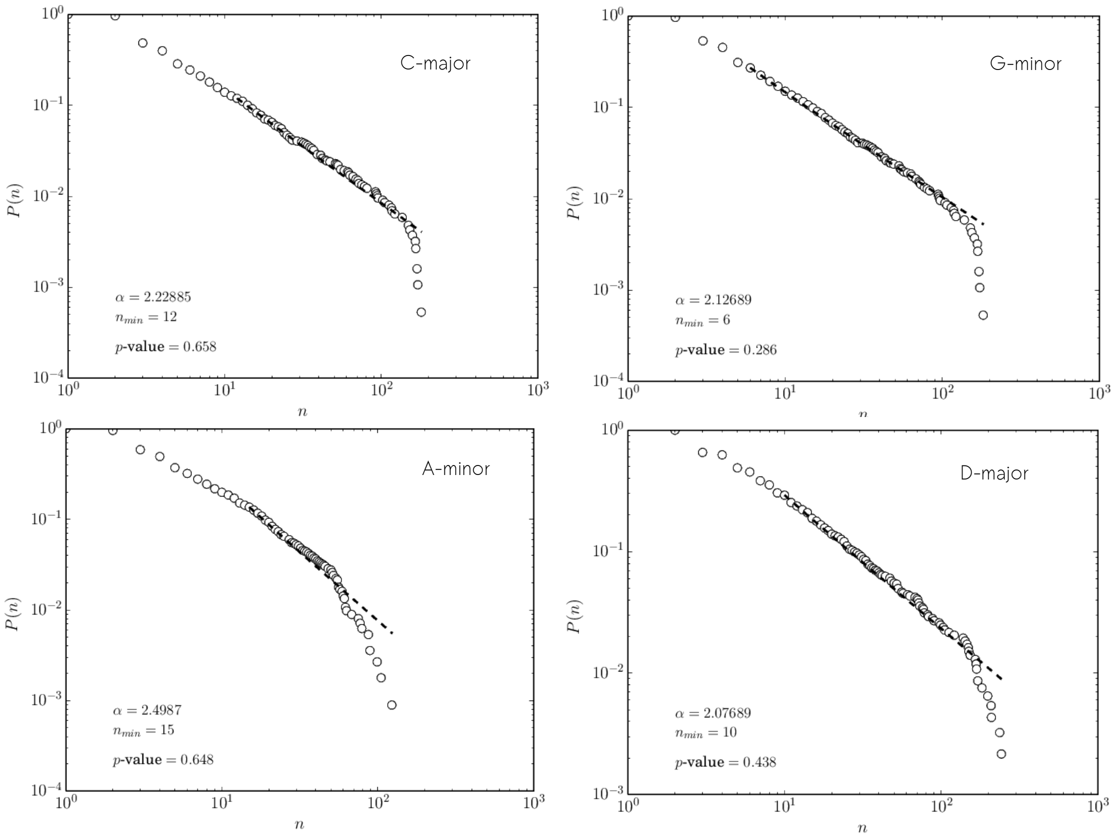

Figure 2. Distribuição dos graus de importância dos nós nas redes musicais. *P(n)* versus *n* em escala logarítimica em ambos os eixos. A distribuição em potência se caracteriza por se tornar uma linha em dupla escala logarítimica.

que três, isto é, $2 < \alpha < 3$. Os expoentes encontrados estão perfeitamente dentro dessa categoria. Os resultados do teste KS são surpreendentemente consistentes assim como os valores-p estão acima de 0.1. O grau médio dos nós também apresenta uma certa consistência, dado a diferença na quantidade de nós e arestas de cada uma das quatro redes musicais.

Resultados							
Rede	Nós	Arestas	Grau Médio	x_{min}	α	p-value	KS test
C-major	1877	11789	7.12	12	2.2288	0.658	0.0396
G-minor	682	5656	7.92	6	2.1268	0.286	0.0488
A-minor	1121	9441	7.85	15	2.4987	0.648	0.0441
D-major	926	5427	6.70	10	2.0768	0.438	0.0447

Table 3. Resumo dos resultados encontrados nas redes musicais.

5. Composição Algorítmica em Redes Complexas

A presente seção descreve um algoritmo para gerar novas músicas utilizando as redes que foram criadas. Dado que essas redes apresentam estrutura hierárquica não trivial, pode-se supôr que novas composições baseadas nessas redes possam ter valor estético musical, ou mesmo representarem um estilo musical, ou quem sabe o estilo de um compositor. Depois de construir as redes musicais foi possível computar uma série de parâmetros. São eles:

ε	$\longrightarrow$	conjunto de arestas da rede.
ε_i	$\longrightarrow$	conjunto de arestas, onde i é o nó origem.
ε_{ij}	$\longrightarrow$	conjunto de arestas, onde i é o nó de origem e j é o nó sucessor.
$N\varepsilon_i$	$\longrightarrow$	é o número de arestas em ε_i.
$N\varepsilon_{ij}$	$\longrightarrow$	é o número de arestas em ε_{ij}.
ψ	$\longrightarrow$	é o peso de uma aresta em particular.
Ψ	$\longrightarrow$	é a soma dos pesos de todas as arestas em ε_{ij}.

A interpretação mais básica de uma composição musical é uma melodia, ou seja, uma sequência (ou fluxo) de notas musicais. A composição da melodia pode ser efetuada através de um procedimento de caminhada aleatória na rede. Por exemplo, o Algoritmo 2 começa em um nó da rede (nota ou acorde) selecionado aleatoriamente e move-se para um outro nó através de uma das arestas de saída, isto é, o nó seguinte é o nó que termina na aresta selecionada.

Algoritmo 2: Caminhada aleatória em uma rede musical.

```
Entrada: grafo NetworkX.
Saída: arquivo tipo MIDI.
inicio
    #Selecionar um nó aleatoriamente.
    nóAtual = random(grafo.NósdoGrafo));
    #Imprimir dados no novo arquivo MIDI.
    #Início de uma nova música. Portanto, tempo = 0.
    tempo = 0;
    imprimir(tempo, nóAtual);
    para um dado número de iterações faça
        para cada aresta de saída do nó atual faça
            #Calcule as probabilidades de cada aresta de saída ser a escolhida.
            #Calcule, conforme as equações 1 e 2.
            p[] = grafo.CalcularProbabilidades(arestaSaída);
        fim
        #Seleção aleatória com base nas probabilidades p[].
        arestaEscolhida = randomChoice(p[]);
        #Atualiza o próximo nó (ou nota).
        nóAtual = arestaEscolhida(nóDestino);
        #Imprimir dados no novo arquivo MIDI.
        tempo = tempo + arestaEscolhida(Δt);
        imprimir(tempo, nóAtual);
    fim
fim
```

A probabilidade (p) de cada aresta de saída ser a aresta seleccionada é proporcional a: (i) o número de vezes que o compositor utilizou a nota j logo após a nota (ou acorde) i, e (ii) ao seu próprio peso ψ. O peso da aresta representa o número de vezes que o compositor da peça musical utilizou o mesmo ritmo (tempo) entre dois nós (notas/acordes) da rede. A Equação 1 descreve o cálculo de p para cada aresta de saída. O primeiro termo na multiplicação é a probabilidade de nota j ser selecionada logo após nota i, que é dada pelo número de arestas em ε_{ij} dividido pelo número de arestas em ε_i.

$$\forall\ (i,j) \in \varepsilon_i : \quad p = \left(\frac{N\varepsilon_{ij}}{N\varepsilon_i}\right) * \left(\frac{\psi}{\Psi}\right) \tag{1}$$

O segundo termo da multiplicação representa o quão importante é o tempo Δ_t entre um par da notas (i, j). Portanto, a probabilidade p também é proporcional ao peso

(ψ) específico de uma aresta dividido pela soma dos pesos (Ψ) de todas as arestas do conjunto ε_{ij}. O cálculo de Ψ é dado pela Equação 2.

$$\Psi = \sum_{(i,j)\in\varepsilon_{ij}} \psi \tag{2}$$

6. Sumário Conclusivo

Este trabalho apresentou três contribuições para área de computação musical. Na Seção 3 foi apresentado um modelo para construção de redes musicais. Na seção 4 relatou-se que as redes criadas com o Algoritmo 1 são redes livres de escala, pois o grau de importância de seus nós seguem uma distribuição de potência. A seção 5 descreve um algoritmo baseado em caminhada aleatória para compôr música artificialmente com base nas redes musicais.

References

[Barabasi and Albert 1999] Barabasi, A.-L. and Albert, R. (1999). Emergence of scaling in random networks. *Science*, 286(5439):509 – 512.

[Bollobás 1998] Bollobás, B. (1998). *Modern Graph Theory*. Springer-Verlag.

[Cano et al. 2006] Cano, P., Celma, O., Koppenberger, M., and Buldú, J. M. (2006). Topology of music recommendation networks. *Chaos: An Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science*, 16(1).

[Choromanski et al. 2013] Choromanski, K., Matuszak, M., and Miekisz, J. (2013). Scale-free graph with preferential attachment and evolving internal vertex structure. *Journal of Statistical Physics*, 151(6):1175–1183.

[Clauset et al. 2009] Clauset, A., Shalizi, C. R., and Newman, M. E. J. (2009). Power-law distributions in empirical data. *SIAM Rev.*, 51(4):661–703.

[Cruz-Alcázar and Vidal 2008] Cruz-Alcázar, P. P. and Vidal, E. (2008). Two grammatical inference applications in music processing. *Applied Artificial Intelligence*, 22(1-2):53–76.

[Fields et al. 2011] Fields, B., Jacobson, K., Rhodes, C., d'Inverno, M., Sandler, M., and Casey, M. (2011). Analysis and exploitation of musician social networks for recommendation and discovery. *Multimedia, IEEE Transactions on*, 13(4):674–686.

[Hagberg et al. 2008] Hagberg, A. A., Schult, D. A., and Swart, P. J. (2008). Exploring network structure, dynamics, and function using networkx. In Varoquaux, G., Vaught, T., and Millman, J., editors, *Proceedings of the 7th Python in Science Conference*, pages 11 – 15, Pasadena, CA USA.

[Liu et al. 2010] Liu, X. F., Tse, C. K., and Small, M. (2010). Complex network structure of musical compositions: Algorithmic generation of appealing music. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 389(1):126 – 132.

[Loy 1985] Loy, G. (1985). Musicians make a standard: The midi phenomenon. *Comput. Music J.*, 9(4):8–26.

[Massey 1951] Massey, F. J. (1951). The kolmogorov-smirnov test for goodness of fit. *Journal of the American Statistical Association*, 46(253):68–78.

[Perkins et al. 2014] Perkins, T. J., Foxall, E., Glass, L., and Edwards, R. (2014). A scaling law for random walks on networks. *Nat Commun*, 5.

[Schervish 1996] Schervish, M. J. (1996). P values: What they are and what they are not. *The American Statistician*, 50(3):pp. 203–206.

[Silva et al. 2004] Silva, Soares, M. M., Henriques, M., Alves, M. S., de Aguiar, S., de Carvalho, T., Corso, G., and Lucena, L. (2004). The complex network of the brazilian popular music. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 332(0):559 – 565.