

Capítulo 13

Algoritmos

Neste capítulo, apresentamos mais explicitamente os algoritmos e estruturas de dados necessários para o cômputo das bolhas e das bolhas multi-escala. Descreveremos como obter uma bolha branca em fundo preto, correspondendo a um par máximo-sela. De fato, enquanto um ponto de máximo será a semente de uma bolha, o ponto de sela correspondente será classificado como “imediatamente” fora de uma bolha para forçar bolhas distintas a serem disjuntas (lembre-se, uma sela pode ser compartilhada por duas bolhas distintas). A partir daí, mostraremos como ligar bolhas em diferentes escalas para formam bolhas multi-escala.

No que segue abaixo, assumimos que $F_t[m, n]$ é o espaço de escala de um sinal $f_0[m, n]$. Os algoritmos aqui apresentados e a estrutura de dados abaixo são modificações de [12].

13.1 Detecção de bolhas

13.1.1 Bolha a partir de máximo local

O algoritmo abaixo funciona para imagens genéricas, onde não há dois pixels com o mesmo valor de cinza:

1. Dado um máximo local P numa imagem F_t , este ponto corresponderá a uma bolha. Assim, inicialize a sua bolha B (aproveite para armazenar seu ponto máximo $e(B) = P$ e seu valor máximo $F(P)$); inicie uma lista de vizinhos L_1 com os pixels vizinhos a P , ordenando-a de acordo com os valores de F_t . Vale a pena levantar um flag¹ associado a esta bolha marcando-a como “ativa” ou “em formação”.

2. Considere o pixel Q , o mais alto na lista de vizinhos L_1 (maior valor de F_t) e analise os seus vizinhos; alguns deles já estarão marcados como pertencentes à bolha em questão; se os outros estiverem todos abaixo de Q , ponha-os na

¹Este flag somente será útil no caso de processamento paralelo de bolhas; veja nota na subseção a seguir.

lista de vizinhos L_1 (mantenha a ordem), remova Q da lista, coloque-o na bolha “ativa” e volte ao passo 2.

3. Caso contrário, o ponto Q é o ponto de sela correspondente à bolha em questão; marque todos os pontos que restaram na lista de vizinhos L_1 como pontos de fundo, assim como os pontos vizinhos de Q que estão abaixo de Q (os outros vizinhos de Q podem fazer parte de uma outra bolha ou também serem fundo); o flag da bolha muda para “inativa” ou “completa”; aproveite para calcular o contraste da bolha como $F(P) - F(Q)$.

Caso consideremos imagens onde possam haver pixels com exatamente o mesmo valor de cinza, devemos agrupar os pixels em platôs conexos primeiro e então aplicar o algoritmo acima aos platôs (note que até mesmo a definição de máximo local depende deste agrupamento – caso P pertença a um platô constante, somente analisando os vizinhos deste platô é que podemos verificar se P é um máximo local ou não). De qualquer forma, tais situações são não-genéricas quando da aplicação da Equação do Calor.

13.1.2 Bolha a partir de um ponto qualquer

Se um ponto R qualquer é dado e queremos descobrir a que bolha ele pertence (se é que ele pertence a alguma bolha), podemos fazer o seguinte.

1. Inicialize uma lista de pontos L_2 com apenas R e seus vizinhos; ordene-os por valores de F_t ;
2. Seja S o ponto mais alto da lista. Enquanto S não for um máximo local nem um ponto previamente classificado, simplesmente adicione os seus vizinhos à lista L_2 e volte ao passo 2.

A aplicação sucessiva do passo 2 criará um caminho de pontos que rapidamente sobe na direção de um máximo local da imagem (gerando uma lista de pontos que inclui o tal caminho e seus vizinhos), possivelmente alcançando uma bolha antes de chegar ao máximo local (neste caso o processo do passo 2 é interrompido)².

3. Se S não foi classificado, S é um máximo local mas sua bolha ainda não foi calculada. Aplique o processo da subseção anterior para encontrar a bolha de S .

4. Agora, de uma maneira ou de outra, S já está classificado como pertencente a alguma bolha completa; os pontos de L_2 que ainda não foram classificados não pertencem à bolha de S e são portanto pontos de fundo; isto pode ou não incluir R .

13.1.3 Todas as bolhas de uma imagem

Enquanto podemos aplicar os algoritmos acima para encontrar todas as bolhas de uma imagem, há um algoritmo mais eficiente que exige apenas uma

²Novamente, o flag que decide se a bolha está ativa ou não só será útil no caso de processamento paralelo. Assim, o passo 2 pode ser interrompido quando S fizer parte de uma bolha “ativa”; neste caso, simplesmente espere que o processamento da bolha de S se complete antes de iniciar o passo 4.

“passagem” pela imagem para calcular todas as suas bolhas. Tal classificação será feita de cima para baixo (o leitor deve imaginar a maré baixando como na definição de bolhas no capítulo anterior).

1. Ordene todos os pixels da imagem de acordo com os valores de F , criando uma lista L .

2. Seja S o ponto mais alto da lista L ;

2a. Se S é um máximo local, inicialize uma bolha que contenha S ; levante um flag³ para marcar esta bolha como “ativa” ou “em formação”.

Caso contrário, olhe para os vizinhos de S que estão acima de S ; todos já foram classificados.

2b1. Se todos os vizinhos acima de S pertencem à mesma bolha em formação, S também pertence a esta bolha em formação; esta é a única maneira de S pertencer a uma bolha;

2b2. Caso contrário, S não pode pertencer a nenhuma de suas bolhas vizinhas (se é que há alguma); se alguma das regiões vizinhas é uma bolha “em formação”, mude-a para “bolha completa” e marque S como seu ponto de sela; outras regiões vizinhas podem incluir bolhas “completas” ou fundo, mas essas não interessam – de qualquer maneira, S será um ponto de fundo.

3. Remova S da lista L ; se a lista não está vazia, volte ao passo 2.

Novamente, se há possibilidade de que pixels distintos tenham o mesmo valor de cinza, devemos agrupá-los primeiro em platôs conexos e usá-los no algoritmo acima ao invés de pixels.

13.1.4 Árvores de bolhas

O algoritmo da última seção pode ser facilmente modificado para calcular árvores de bolhas; basta fazer com que um ponto de sela S não somente feche uma ou mais bolhas delimitadas por S mas também inicie uma nova semente para uma nova bolha em formação; aproveite para criar os arcos da árvore que ligam esta nova bolha em formação àquelas que acabam de se completar.

13.2 Detecção de bolhas multi-escala

Uma vez que bolhas tenham sido detectadas em cada escala, temos o problema de ligá-las dentro de uma bolha multi-escala. Devemos lembrar que (pelo menos no caso contínuo) há genericamente apenas 4 tipos de eventos que podem impedir uma tal ligação: destruição, criação, divisão ou fusão de bolhas. A idéia básica do algoritmo é a seguinte:

1. Analise o espaço de escala em escalas sucessivas t_1 e t_2 e encontre as bolhas em cada uma delas;

2a. Para cada bolha B_1 em escala t_1 , verifique todas as bolhas em t_2 que são candidatas a serem ligadas a B_1 .

³Cuidado! Neste caso, este flag é necessário mesmo em processamento simples, não-paralelo. O leitor não deve se deixar levar pelas duas últimas notas de pé de página.

2b. Para cada bolha B_2 em escala t_2 , verifique todas as bolhas em t_1 que são candidatas a serem ligadas a B_2 .

3a. Se B_1 é a única par candidata para B_2 e vice-versa, faça uma **ligação** dentro de uma mesma bolha multi-escala.

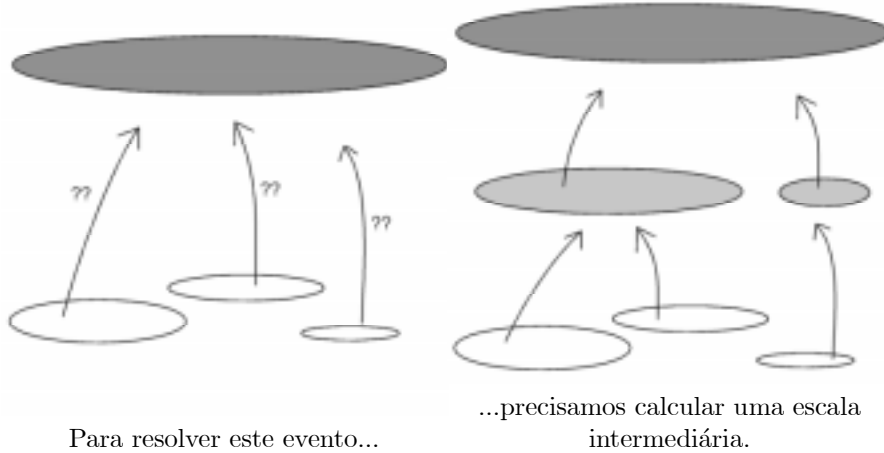
3b. Se B_1 não tem nenhuma par em escala t_2 , o evento **destruição** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_1 por cima.

3c. Se B_2 não tem nenhuma par em escala t_1 , o evento **criação** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_2 por baixo.

3d. Se B_1 tem duas pares candidatas em escala t_2 e cada uma delas tem apenas B_1 como par, o evento **divisão** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_1 por cima e feche as duas outras bolhas multi-escala por baixo.

3e. Se B_2 tem duas pares candidatas em escala t_1 e cada uma delas tem apenas B_2 como par, o evento **fusão** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_2 por baixo e feche as duas outras bolhas multi-escala por cima.

4. Caso contrário, pode ser que tenhamos um evento de bolha não genérico em nossas mãos. Mais provavelmente, o que acontece é simplesmente que há dois (ou mais) eventos genéricos acontecendo em rápida sucessão e não calculamos o espaço de escala entre os dois eventos. Assim, se isto acontecer, calcule o espaço de escala numa escala intermediária entre as duas consideradas e veja se isto separa os dois eventos; faça isto recursivamente até que os eventos se resolvam ou o passo de escala seja bem pequeno. Se mesmo com um passo de escala muito pequeno você foi incapaz de separar os eventos genéricos, desista – simplesmente ligue todas as bolhas envolvidas num **evento complexo**, separando as bolhas multi-escala através deste evento.



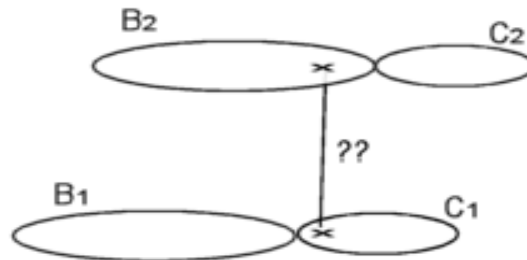
13.2.1 Como determinar pares candidatos?

Há várias maneiras de determinar se duas bolhas B_1 e B_2 calculadas em escalas sucessivas t_1 e t_2 são candidatas a pareamento ou não. Por exemplo,

poderíamos simplesmente verificar se os suportes de B_1 e B_2 se intersectam

$$B_1 \cap B_2 \neq \emptyset$$

No entanto, considere duas bolhas B_1 e C_1 em escala t_1 que tenham uma sela compartilhada e que se movem através das escalas; B_1 deve corresponder a uma bolha B_2 em escala ligeiramente maior t_2 , enquanto C_1 deve corresponder a uma bolha C_2 . No entanto, não importa quão fino seja o espaço de escala, existe um potencial para que C_1 sempre intersecte B_2 . Isto cria uma ambiguidade que provavelmente levará nosso algoritmo a classificar esta situação como um evento complexo ao invés de duas ligações simples! Nosso algoritmo falharia terrivelmente neste caso.



Sela compartilhada em movimento

Assim, consideraremos duas outras condições que ajudarão a determinar se B_1 e B_2 devem ser ligadas

$$e(B_1) \in B_2$$

$$e(B_2) \in B_1$$

Esta condição, mais o fato de que a situação acima ocorre exatamente quando as bolhas em questão têm uma sela compartilhada, devem ser levadas em consideração no algoritmo. Assim, modificamos o passo 3 do algoritmo acima para:

3a. Se B_1 intersecta somente B_2 e vice-versa (e o ponto extremo de cada uma delas pertence à outra, e ambas têm pontos de sela não compartilhados), faça uma **ligação** dentro de uma mesma bolha multi-escala.

3b. Se B_1 não intersecta ninguém em escala t_2 , o evento **destruição** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_1 por cima.

3c. Se B_2 não intersecta ninguém em escala t_1 , o evento **criação** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_2 por baixo.

3d. Se B_1 intersecta apenas B_2 e C_2 em escala t_2 , e cada uma delas intersecta apenas B_1 (e B_2 e C_2 compartilham um ponto de sela, e os extremos delas estão em B_1), o evento **divisão** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_1 por cima e feche as duas outras bolhas multi-escala por baixo.

3e. Se B_2 intersecta apenas B_1 e C_1 em escala t_1 , e cada uma delas intersecta apenas B_2 (e B_1 e C_1 compartilham um ponto de sela, e os extremos delas estão em B_2), o evento **fusão** aconteceu. Feche a bolha multi-escala que contém B_2 por cima e feche as duas outras bolhas multi-escala por baixo.

3f. Se B_1 tem um ponto de sela compartilhado com C_1 e B_2 tem um ponto de sela compartilhado com C_2 ; $B_1 \cap B_2 \neq \emptyset$; $C_1 \cap C_2 \neq \emptyset$; $e(B_1) \in B_2$; $e(B_2) \in B_1$; $e(C_1) \in C_2$; $e(C_2) \in C_1$; e, finalmente, se as bolhas em questão não intersectam nenhuma outra bolha que não seja uma destas quatro; então temos uma **ligação dupla** : B_1 corresponde a B_2 enquanto C_1 corresponde a C_2 .

13.2.2 Problemas e refinamentos

Um dos problemas com o algoritmo acima é que bolhas muito pequenas, tipicamente do tamanho de um pixel, não serão conectadas à medida que se movem. De fato, assim que a nossa discretização registrar o movimento desta bolha, ela pulará de um pixel e o algoritmo acima registrará uma destruição e uma criação ao invés da ligação normal. É possível que uma bolha maior também se mova rapidamente o suficiente para que pareça ser bolhas distintas em escalas sucessivas.

Para evitar este fato, sempre que houver uma criação de uma bolha pequena (tipicamente, de um pixel de tamanho) B_2 (que é um fato possível mas que deveria ser um tanto raro), verifique se há alguma bolha B_1 na escala imediatamente anterior num raio de um pixel em torno de B_2 . Se houver, e se B_1 é uma candidata a destruição, troque estes dois eventos (destruição + criação) por uma simples ligação multi-escala.

Note também que não discutimos como exatamente começar o processo de ligação. Tipicamente, calcula-se o espaço de escala em passos constantes de escala *efetiva*, ou seja, tipicamente, em escalas diádicas ou exponencialmente espaçadas. A partir daí, escolha se você quer percorrer as escalas de cima para baixo ou de baixo para cima, ou mesmo iniciar em algum ponto no meio caso já haja uma idéia de que bolha multi-escala se procura.

Tipicamente, um número suficiente de refinamentos de passos de escala tende a resolver eventos complexos em eventos genéricos. No entanto, mantenha em mente que isto funcionará para imagens genéricas – imagens sintéticas sem ruído não são genéricas e tem um grande potencial de gerar eventos genuinamente complexos!

Finalmente, o refinamento em escala do passo 4 do algoritmo acima não precisa necessariamente calcular todas as bolhas na nova escala – basta classificar as bolhas que estejam na região do evento complexo que está sendo decifrado. Por este motivo é que apresentamos três algoritmos para o cálculo de bolhas, dois deles sendo locais.

13.3 Estrutura de Dados

A estrutura de dados abaixo é uma adaptação da encontrada em [12], mas não deve ser considerada como a última palavra no assunto. À medida que implementarmos bibliotecas de espaços de escala e encontrarmos aplicações, devemos mudar as estruturas.

A única estrutura não definida abaixo é a estrutura *Imagem*, que pode ser qualquer estrutura de dados destinada a conter uma única imagem (possivelmente já suavizada).

- **Pixel**

Propriedades:

Coordenadas (x e y)

Nível de cinza (valor de F ali)

Ponteiros para:

Platô (que contém este pixel)

- **Platô** (pixels contíguos com exatamente o mesmo valor)

Propriedades:

Área (possivelmente o número de pixels no platô)

Nível de cinza (valor comum de F no platô)

Criticalidade (se este platô é um mínimo local, máximo local, sela ou nada)

Ponteiros para:

Região (que contém este platô)

Lista de pixels (no platô)

Lista de platôs vizinhos (vizinhos espaciais deste platô)

- **Região** (grupos de platôs que formarão o suporte de uma bolha ou o fundo)

Propriedades:

Área (possivelmente o número de pixels)

Centro de gravidade

Momentos de segunda ordem (dando uma elipse que aproxima a região)

Caixa limitante (coordenadas de um retângulo que contenha a região)

Ponteiros para:

Lista de platôs (na região)

Bolha (que contém esta região, se alguma)

Fundo (que contém esta região)

- **Fundo**

Propriedades:

Polaridade (branca, preta);

Área (raramente o volume é importante)

Ponteiros para:

Fatía de escala (imagem $F_t(\cdot)$ que contém este fundo);

Lista de regiões (do fundo);

- **Bolha**

Propriedades:

Polaridade (branca, preta);

Atividade (em formação ou completa);

Volume

Ponteiros para:

Fatia de escala (imagem $F_t(\cdot)$ que contém esta bolha);

Platô crítico (a semente da bolha, seu máximo ou mínimo local);

Lista de selas (que limitam esta bolha);

Região suporte.(da bolha);

- **Sela**

Ponteiros para:

Platô (que corresponde a esta sela)

Lista de bolhas (das quais esta sela será limitante)

- **Fatia de escala** (a imagem $F_t(\cdot)$ em uma escala t e todas as suas estruturas)

Propriedades:

Valor da escala

Ponteiros para:

Imagem (o sinal bidimensional $F_t(\cdot)$, suavização de $f_0(\cdot)$)

Lista de bolhas brancas

Lista de bolhas pretas

Fundo branco

Fundo preto

Próxima fatia de escala (para a escala mais alta mais próxima)

Prévia fatia de escala (para a escala mais baixa mais próxima)

- **Bolha multi-escala**

Propriedades:

Polaridade (branca ou preta)

Importância (volume ou volume efetivo)

Ponteiros para:

Lista de bolhas (que compõem esta bolha m.e.)

Evento início

Evento fim

Bolha representante (uma de suas bolhas, escolhida numa escala representante; pode ser a bolha de maior volume efetivo)

- **Evento**

Propriedades:

Tipo (criação, destruição, fusão, divisão, complexo, escala mínima, escala máxima)

Posição (x , y e escala aproximados, ou intervalo de escalas, onde o evento acontece)

Ponteiros para:

Lista de bolhas de cima (que se formam com este evento)
Lista de bolhas de baixo (que somem com este evento)

- **Esboço primal** (simplesmente junta a estrutura toda)
Ponteiros para:
Lista de fatias de escala
Lista de bolhas multi-escala brancas
Lista de bolhas multi-escala pretas
Lista de eventos para bolhas brancas
Listas de eventos para bolhas pretas

